Axe transversal calcul scientifique

Activités en rapport avec la thématique IMFS

Matériaux et Structures

Exemples : Méthodes numériques par éléments finis et méthodes statistiques d'homogénéisation

Eléments finis en comportement des matériaux

- **Modélisation du comportement des matériaux par éléments finis**
- **Paramétrage des lois de comportement locale ou globale**
- **Utilisation de routine (fortran, C) pour prendre en compte les comportements spécifiques du matériau**

Eléments finis en comportement des matériaux

- **Exemples de comportements simples d'un matériau**
  - Linéaire élastique : $$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\underline{\underline{S}}}} : \underline{\underline{\sigma}}$$

ε : le tenseur des déformations

σ : le tenseur des contraintes

S : le tenseur qui traduit la loi de comportement du matériau

  - Plasticité (loi de normalité) : $$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \dot{\lambda}.\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$$

- **La loi de comportement du matériau peut être de forme complexe (temps, endommagement, rupture, fissuration, etc ...) au niveau local et/ou global (microscopique, macroscopique)**

Eléments finis en comportement des matériaux

Exemple : Prise en compte d'un modèle d'endommagement de structure

- **La loi de comportement s'écrit :** $\underline{\sigma} = (\underline{\underline{K}}^e + \underline{\underline{K}}^d)\underline{\varepsilon}$ ou $\sigma_{ij} = \left\{ \left[K^e_{ijkl} \right] + \left[K^d_{ijkl} \right] \right\} \{\varepsilon_{kl}\}$

- **La matrice K^d contient les endommagements hétérogènes dans différentes directions.**

- **En 2D, on a par exemple :**

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{E(1-d_r)} & -\dfrac{\nu}{E} & 0 \\ -\dfrac{\nu}{E} & \dfrac{1}{E(1-d_\theta)} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1+\nu}{E(1-d_r)(1-d_\theta)} \end{bmatrix}_{(\underline{e_r}, \underline{e_\theta})}$$

Eléments finis en comportement des matériaux

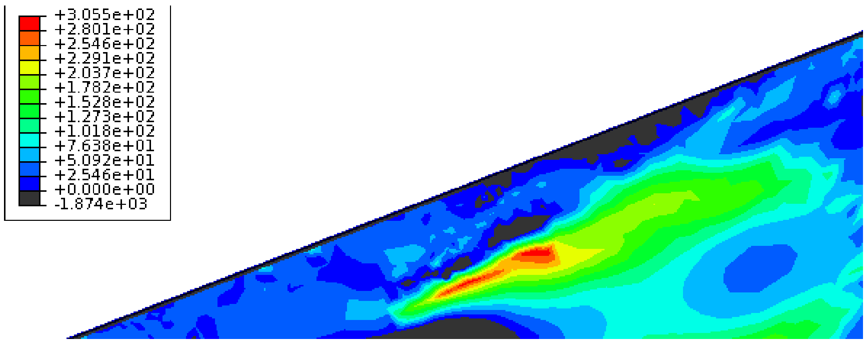
- Les principales difficultés rencontrées dans ce type d'analyse découlent de la convergence des calculs dans le modèle éléments finis.

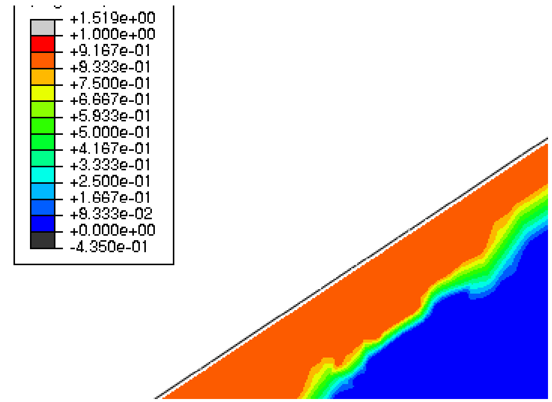
- Lorsqu'il y a des changements brusques de comportement du matériau ou des changements des conditions aux limites, l'analyse ne converge plus vers la solution (théorie de la mécanique) mais soit diverge totalement ou présente des résultats à erreurs importantes.

- Il est soit nécessaire d'adapter le modèle de comportement et de revoir les hypothèses du modèle (en générale simplifier le modèle)

- Ou alors mettre en place une méthode de calcul d'erreur ou un algorithme de convergence qui permet d'évaluer avec précision l'évolution de la solution en fonction des paramètres entrés.

Eléments finis en comportement des matériaux





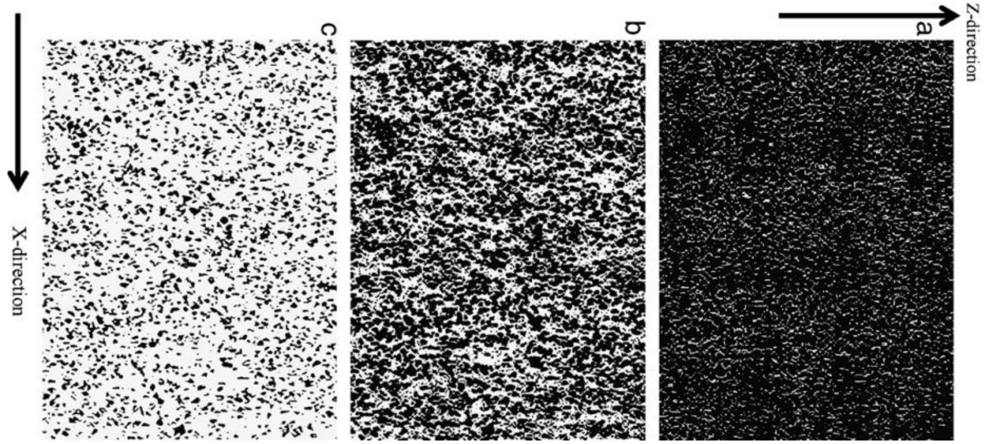
- **On observe l'évolution de l'endommagement borné entre 0 et 1 (à droite) en fonction de l'évolution des contraintes (à gauche)**

- **La complexité du comportement rend la convergence du calcul délicate**

Méthodes statistiques et homogénéisation

- Ce point traite plus particulièrement des méthodes numériques permettant d'évaluer un comportement global macroscopique de matériau à partir d'un comportement microscopique local.

- On propose par exemple d'évaluer le comportement macroscopique global homogénéisé à partir d'un matériau hétérogène.



Méthodes statistiques et homogénéisation

- On utilise des méthodes statistiques afin de ‘moyenner’ le comportement sur l’ensemble de la structure

- La méthode utilisée se fait par corrélation d’informations entre 1, 2, … n points de corrélations

- Les variables du problèmes sont évaluées par des fonctions de pondérations du type :

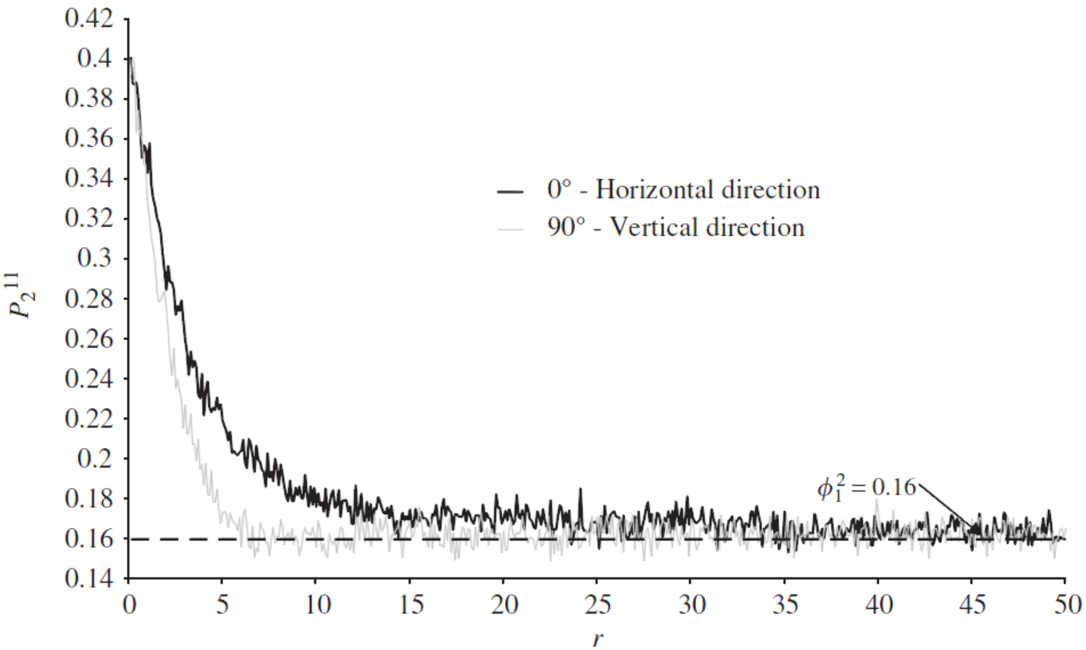
$$P^{ij}(x,x') = P_1\{(x \in i) \cap (x' \in j)\} \qquad \text{avec : } i, j = 1, 2$$

$P^{ij}(x,x')$ mesure la probabilité que x soit présent dans la phase i et que x’ soit présent dans la phase j.

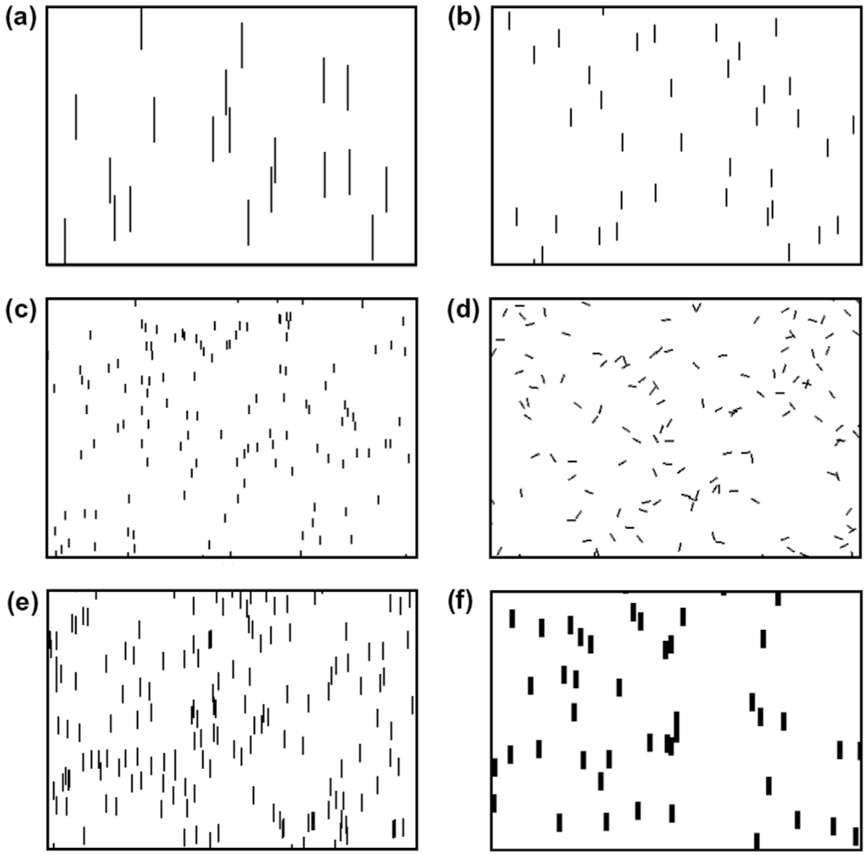
Méthodes statistiques et homogénéisation

Fonction de probabilité à deux points pour une fraction volumique de 0,4

Lorsque i=j, nous avons $P^{ii}(x,x') = \Phi_1$ et $P^{jj}(x,x') = \Phi_2$



Méthodes statistiques et homogénéisation



Dans la mise en place de la méthode, la convergence des fonctions de pondération au même point donne la fraction volumique en ce point.

$$P^{i}{}_{3}\left(x,x',x''\right)\cong\frac{1}{2}P^{ii}{}_{2}\left(x',x''\right)+\frac{1}{2}P^{ii}{}_{2}\left(x,x''\right)$$

$$\lim_{\overline{xx'}\to 0,\overline{xx''}\to 0}P^{i}{}_{3}\left(x,x',x''\right)=\phi_{i}$$

Méthodes statistiques et homogénéisation

- Les algorithmes de résolution de la problématique sont codés par des routines en Matlab et des programmes fortran.

- Les temps de calculs deviennent très rapidement très longs avec l'augmentation du nombre de point de corrélation et les fonctions de pondérations.

Conclusion

- Les exemples volontairement simples présentés ne représentent que quelques cas parmi d'autres.

- Dans certains cas l'optimisation se définit par une procédure adéquate en rapport avec le problème posé (éléments finis) ou simplement par une demande de ressources importantes compte tenu de la taille du modèle à calculer ou simplement la mise en évidence d'une convergence pertinente de l'analyse.

- Dans d'autres cas, il est nécessaire de mettre en place des algorithmes spécifiques en rapport avec le type même de l'analyse qui est présentée. Cela nécessite une optimisation des calculs afin d'obtenir des résultats fiables et rapides.