Calcul numérique pour l'identification et la commande des systèmes dynamiques

Edouard LAROCHE

LSIIT, équipe Automatique-Vision-Robotique
Université de Strasbourg, France

Axe transversal Modélisation, Simulation et les Masses de Données
7 juillet 2010, Strasbourg

Équipe Automatique-Vision-Robotique

Applications

- Principalement en robotique médicale

Le calcul numérique dans nos activités

- Vision : calcul temps-réel pour la robotique (50 à 500 Hz)
- Conception mécanique : dimensionner la structure afin de répondre à un cahier des charges et d'optimiser les performances
- Automatique : identification et commande des systèmes dynamiques

Contenu

Outline

Systèmes dynamiques

Deux classes de systèmes parmi d'autres

- Système linéaire (LTI) multivariable d'entrée $v(t)$, de sortie $z(t)$ et d'état interne $x(t)$:

$$\dot{x} = Ax + Bv \quad (1)$$
$$z = Cx + Dv \quad (2)$$

  Sa fonction de transfert est $G(s) = C(s\mathbb{I} - A)^{-1}B + D$.

- Système linéaire à paramètres variants (LPV):

$$\dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)v \quad (3)$$
$$z = C(\theta)x + D(\theta)v \quad (4)$$

  Remarque: système non-linéaire appelé quasi-LPV si $\theta = \theta(x)$ (s est la variable de Laplace).

Notations

- Pour une matrice rélle symétrique M, $M \succ 0$ signifie que ses valeurs propres sont toutes strictement positives (M est défine positive).
- Valeur propre λ_k,
- Valeur singulière σ_k
- Exemple de norme matricielle $\overline{\sigma}(M) = \max_k(\sigma_k(M))$
- Exemple de norme sur un système $||G(s)||_\infty = \max_{\omega \in \mathbb{R}} \overline{\sigma}(G(j\omega))$

Outline

Analyse des systèmes

Stabilité

LTI $\mathrm{Re}(\lambda_k(A)) < 0 \; \forall k$ (critère de Hurwitz)

LPV $\exists P = P^{\mathrm{T}} \succ 0 \backslash A^{\mathrm{T}}P + PA \prec 0$ (stabilité quadratique de Lyapunov)

Performances

LTI Gabarit fréquentiel $\overline{\sigma}(G(j\omega)) \leq \gamma \Leftarrow ||G(s)||_\infty \leq \gamma$

LPV Lemme borné réel: $\exists P = P^{\mathrm{T}} \succ 0 \backslash$

$$\begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}}P + PA + C^{\mathrm{T}}C & PB + C^{\mathrm{T}}D \\ B^{\mathrm{T}}P + D^{\mathrm{T}}C & D^{\mathrm{T}}D - \gamma^2\mathbb{I} \end{bmatrix} \prec 0 \qquad (5)$$

- En pratique, le système $G(s)$ inclut des filtres dynamiques qui “codent” le cahier des charges.

Analyse des systèmes (2)

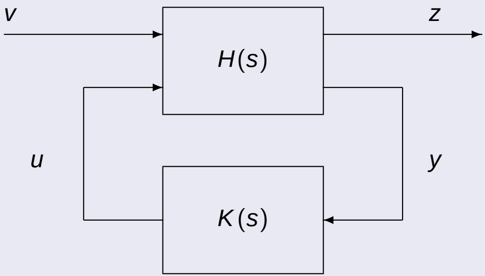
Robustesse

- Mêmes critères que précedemment mais pour un ensemble de paramètres incertains θ dans une “boite”
- On cherche généralement à se ramener à un nombre fini de conditions pour limiter la charge de calul.

Synthèse de correcteur

Problème standard

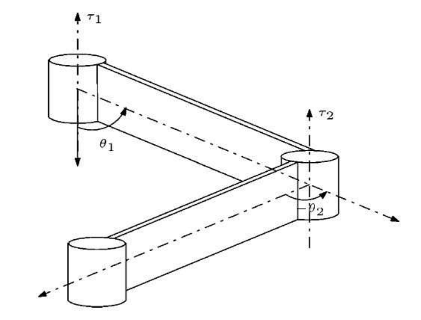
- Le système précédent s'écrit comme le bouclage d'un système en boucle ouverte $H(s)$ et d'un correcteur $K(s)$
- Le but est de synthétiser un correcteur $K(s)$ (LTI ou LPV) de sorte que le système bouclé satisfasse des critères de stabilité et de performance (nominale ou robuste).
- $K(s)$ peut être de structure fixée ou non.



Recherches en cours: synthèse de correcteurs LPV pour robots flexibles

Modèle LPV du manipulateur

- Euler-Lagrange: $M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + D(q)\dot{q} + K(q)q + g(q) = \Gamma$
- Robot plan rigide à 2 DDL: modèle LPV avec $\theta_1 = \cos(q_2)$, $\theta_2 = \dot{q}_2 \sin(q_2)$, $\theta_3 = \dot{q}_1 \sin(q_2)$.



Recherches en cours: synthèse de correcteurs LPV pour robots flexibles (thèse H. Halalchi)

Synthèse

- Stabilité et performance H_∞
- Développement de conditions suffisantes sous forme LMI (inégalités matricielles linéaires) en nombre fini.
- Résolution: solvers basés sur les méthodes du point intérieur disponibles sous Matlab (LMI-lab, Sedumi, SDPT3)
- Temps de calculs raisonnables (de l'ordre de qque dizaines de secondes pour le bras 2 DDL)
- Souvent: problème marginalement solvable (valeurs propres proches de zéro)

Outline

Identification de modèles paramétrés (modélisation expérimentale)

Problématique

- Déterminer le modèle d'un système dynamique à partir de données expérimentales
- Communauté “Identification” (GT Identification, `http://gtident.cran.uhp-nancy.fr/`)

Méthode

- Choix d'une structure du modèle paramétré
- Choix de trajectoires excitatrices
- Estimation des paramètres par minimisation d'un critère
- Validation sur des données vierges

Identification de modèles paramétrés (2)

Exemple de critère: erreur de sortie (hors-ligne)

- On dispose de n mesures de l'entrée $u(k)$ et de la sortie $y(k)$
- On dispose d'un modèle de simulation paramétré par le vecteur θ qui est simulé avec l'entrée $u(k)$; on note $\hat{y}_\theta(k)$ les échantillons de la sortie
- On minimize

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^{n} |y(k) - \hat{y}_\theta(k)|^2$$

- Chaque évaluation de J oblige à simuler le modèle sur tout l'intervalle.

Travaux en cours

- Identification d'un modèle de robot à câbles (ex: 4 câbles, 10 états, $\simeq 10$ paramètres)
- Utilisation de la toolbox 'Ident' de Matlab (grey-box model)
- Synthèse d'expériences "optimales" de manière à minimiser la sensibilité des estimées face au bruit de mesure

Outline

Conclusion

- Calcul numérique (optimisation) très central pour l'identification, l'analyse et la synthèse
- Analyse et synthèse: solveurs LMI (inégalités)
- Identification: simulations intensives (à chaque nouvelle valeur des paramètres), optimisation (généralement) sans contrainte (ex.: Levenberg-Marquardt)