
**Problèmes calculatoires
en traitement d'images**

Christian Heinrich (LSIIT – MIV)

Axe «Imagerie Physique Multivariée» (IPM)

Axe «Imagerie et Robotique Médicale et Chirurgicale» (IRMC)

1. Approches probabilistes en traitement d'images :
 - estimation de fonctions de partition
 - génération d'échantillons
2. Approches déterministes en traitement d'images :
 - optimisation

❑ Problème posé :

- Equation d'observation : $z = Hx^* + n^*$

- * z : données (observations)

- * H : modélise l'effet de l'instrument de mesure

- * x^* : image (inconnue), à estimer

- * n^* : inconnu, rend compte du bruit de mesure, de l'imperfection du modèle

- Objectif : estimer x^*

- \hat{x}

❑ Résolution :

- Approches probabilistes :

- problème de génération d'échantillons

- Approches déterministes :

- problème d'optimisation

Dans chaque cas, on fait la même chose, en même temps, sur plusieurs pixels.

Problème de temps de calcul.

▣ Estimation de fonctions de partition :

- Loi *a priori* :

$$p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\tau}) = \frac{1}{Z} \exp(\langle \boldsymbol{\tau}, \Phi(\mathbf{x}) \rangle)$$

- Estimer Z : procédure

$$\text{grad log } Z = E[-\Phi(\mathbf{x})].$$

- Mise en œuvre : Monte Carlo

$$\text{grad log } Z \simeq -\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi(\mathbf{x}_n), \text{ avec } \mathbf{x}_n \sim p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\tau}).$$

→ grille en $\boldsymbol{\tau}$, générer $\mathbf{x}_n \sim p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\tau})$ pour chaque $\boldsymbol{\tau}$.

→ problème de génération d'échantillons.

Simultanément, pour plusieurs valeurs de $\boldsymbol{\tau}$.

Pour une valeur de $\boldsymbol{\tau}$ donnée : simultanément, pour plusieurs pixels.

▣ Génération d'échantillons :

- **Notation** : θ : ensemble des hyperparamètres

Exemple : $\theta = [\tau \ \sigma^2]$, avec σ^2 : variance du bruit.

- **Objectif général** :

* estimer θ

* obtenir des échantillons de x distribués selon $p(x|z, \hat{\theta})$

* obtenir des échantillons de $[x, \theta]$ distribués selon $p(x, \theta|z)$

- **D'où le problème** : générer $x \sim p(x|z, \theta)$.

Une seule valeur de θ .

Mais : échantillonnage de Gibbs

⇒ on fait la même chose, en même temps, sur plusieurs pixels.

❑ Méthode :

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \arg \min_{\boldsymbol{x}} \|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}\|^2 + \alpha \Phi(\boldsymbol{x}).$$

❑ Algorithme :

- α connu : problème de descente de type Gauss-Seidel
→ on fait la même chose, en même temps, sur plusieurs pixels.
- α inconnu : problème d'estimation de α par validation croisée
→ traiter plusieurs problèmes d'optimisation simultanément.

Pour chacun de ces problèmes : on fait la même chose, en même temps, sur plusieurs pixels.

- ❑ Des problèmes importants de temps de calcul, qui peuvent amener à écarter certaines approches pertinentes.
- ❑ Des problèmes méthodologiques (modélisation probabiliste, génération d'échantillons, optimisation) peut-être communs à d'autres projets de recherche.

Pour l'aspect modélisation probabiliste : méthodes de Monte Carlo, approches variationnelles (*variational Bayes*).